| | | |
|---|---|---|
| Lycée secondaires<br>9/04/1938<br>Sidi bouzid | Durée<br>2h | |

*Classes: 3 ème Technique* Devoir de contrôle N°1 le 12/12/2003

EXERCICE N°1

Pour $x$ réel exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ chacun des réels suivants:

$A = \cos(\frac{3\pi}{2} + x) + \cos(3\pi + x) + \sin(x + 5\pi) + \sin x$

$B = \cos(\pi - x) + \cos(x + \frac{\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2} - x)$

$C = \cos(\frac{3\pi}{2} - x) + \cos(\frac{17\pi}{3} - x) - \sin(\frac{\pi}{3} - x)$

EXERCICE N°2

1- Pour $x$ réel tel que $-\pi < x < 0$ et $\cos(2x) = -\frac{3}{4}$ calculer $\cos x$, $\sin x$ et $\operatorname{tg} x$

2- On pose $A = \cos(\frac{\pi}{6} - 2x) + \cos(\frac{\pi}{6} + 2x)$ exprimer A en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

3- Pour $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .On pose $B = \frac{2\sin x + \sin 2x}{2\sin x - \sin 2x}$, montrer que $B = \operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})$ en déduire $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{12})$

4- Soit $f(x) = -1 + \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x$

a) Transformer en $r\cos(2x - \varphi)$ l'expression: $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x$

b) Montrer alors que $f(x) = 1 - 4\sin^2(x + \frac{\pi}{12})$

c) Déduire $\sin(\frac{\pi}{12})$

EXERCICE N°3

Soit la suite $U$ définie sur IN* par: $\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{-1 - 2U_n}{U_n} \end{cases}$

1- Calculer $U_2$ et $U_3$ puis vérifier que la suite $U$ ni arithmétique ni géométrique

2- On définie la suite $V$ sur IN* par: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$

a) Montrer que $V$ est une suite arithmétique de raison 2

b) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de $n$

c) Calculer : $S = \sum_{k=0}^{10} V_k$

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie par: $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-1} - x & \text{si } x < -1 \\ f(x) = x^2 - 2x - 2 & \text{si } -1 \le x \le 1 \\ f(x) = a + \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
2- Calculer $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x)$ f admet elle une limite en -1
3- Déterminer $a$ pour que f admette une limite en 1
4- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$